

1. Eine ganz rationale Funktion dritten Grades hat im Ursprung die Steigung 3 und berührt die x-Achse bei $x_0=4$.
 - a) Ermittle die Funktion f. Welche Möglichkeiten hat man, den Funktionsterm anzusetzen?
 - b) Was lässt sich generell über die Anzahl von Nullstellen, Extremstellen, und Wendestellen bei Funktionen dritten Grades sagen?
 - c) Gib eine ganzrationale Funktion 3. Grades an, die bei $x_1=-2$ eine doppelte Nullstelle und bei $x_2=2$ eine einfache Nullstelle besitzt.

2. $f(x) = \frac{1}{16}x^3 - x$

- a) Untersuche f auf Symmetrie und Nullstellen. Berechne $f'(x)$ und skizziere begründet den Verlauf des Graphen.
- b) Berechne den Inhalt der Fläche, welche der Graph von f mit der x-Achse im 4. Quadranten einschließt.
- c) Es sei $P(u | v)$ ein Punkt auf dem Graphen von f. Ermittle die Gleichung der Tangente und der Normale an das Schaubild von f im Punkt P. Schneidet diese Tangente den Graphen von f an einem weiteren Punkt?

3. $f(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$

- a) Gib die Definitionsmenge, die Wertemenge und die Nullstellen von f an und skizziere begründet das Schaubild.
- b) In welchem Punkt des Schaubildes gibt es eine Tangente, die durch den Ursprung geht?
- c) Berechne die Fläche, die die Funktion im Intervall $[0,5 ; 5]$ mit der x-Achse einschließt?

4. $f(x) = \frac{1}{2}x e^{-x}$

- a) Untersuche $f(x)$ auf Schnittpunkte mit den Achsen, Hoch-, Tief- und Wendepunkte.
- b) Skizziere den Graphen.
- c) Berechne die Fläche zwischen dem Graphen und der x-Achse im Intervall $[-1, 2]$.

5. $f(x) = x + \cos(x)$

- a) Bestimme die Schnittstellen mit der y-Achse.
- b) Untersuche die Funktion im Intervall $[0, 2\pi]$ auf Extrema und Wendestellen.
- c) Berechne den Flächeninhalt zwischen der x-Achse, der y-Achse und der Funktion bis zur Senkrechten durch $x_1=3$.